Questionnaires de révision du cours

Mécanique des Milieux Continus

Olivier THUAL, 11 janvier 2016

MODE D'EMPLOI

Une nouvelle pression sur un touche remplace la précédente

Algèbre linéaire et tenseurs

Énoncé

Soit $B(\underline{x}) = \underline{x}^2$ et $\underline{V} = \underline{\text{grad}}\, B$.

Question

Calculer div $\underline{V}$.

Une seule réponse possible

1. div $\underline{V} = 2$
2. div $\underline{V} = 6$
3. div $\underline{V} = 2\,\underline{x}$
4. div $\underline{V} = 0$

Hypothèse du continu

Énoncé

$c(\underline{x}, t) = C_{tot}\,(2\,\pi)^{-3/2}\,[l(t)]^{-3}\,\exp[-\frac{x^2+y^2+z^2}{2\,l(t)^2}]$ est solution exacte de $\frac{\partial c}{\partial t} = k_c\,\Delta c$ avec $l(t) = \sqrt{2\,k_c\,t}$. À $t = 0$, on injecte ponctuellement une quantité $C_{tot} = 1$ kg d'un colorant en $\underline{x} = 0$. On suppose qu'il diffuse dans l'espace avec un coefficient de diffusion $k_c = \frac{1}{4\,\pi}\,10^{-8}$ m^2 . s^{-1}.

Question

Au bout de combien de temps la concentration maximale est-elle inférieure à une tonne par mètre cube ?

Une seule réponse possible

1. Au bout de 10^{-6} s
2. Au bout de 1 s
3. Au bout de 10^{6} s

Jacobienne d'une déformation

Énoncé

On considère la déformation définie par
$\underline{X} = k\, a_1\, \underline{e}_1 + a_2\, \underline{e}_2 + (a_3 + \beta\, a_1^2)\, \underline{e}_3$.

Question

Calculer la Jacobienne $\underline{\underline{F}}(\underline{a}, t)$ de $\underline{X}(\underline{a}, t)$

Une seule réponse possible

1. $\underline{\underline{F}}(\underline{a}, t) = \begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2\,\beta\, a_1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
2. $\underline{\underline{F}}(\underline{a}, t) = \begin{pmatrix} k & 0 & 2\,\beta\, a_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Jacobienne d'une petite déformation

Énoncé

On considère la **petite** déformation définie par
$\underline{X} = k\, a_1\, \underline{e}_1 + a_2\, \underline{e}_2 + (a_3 + \beta\, a_1^2)\, \underline{e}_3$.

Question

Calculer la tenseur des petites déformations $\underline{\underline{\epsilon}}(\underline{a}, t)$.

Une seule réponse possible

1. $\underline{\underline{\epsilon}}(\underline{a}, t) = \begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2\,\beta\, a_1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
2. $\underline{\underline{\epsilon}}(\underline{a}, t) = \begin{pmatrix} k-1 & 0 & \beta\, a_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ \beta\, a_1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Tenseur des contraintes

Énoncé

On considère $\mathcal{D} = [0, L]^3$ dont la frontière $\partial\mathcal{D}(t)$ est soumise aux forces de contact $\underline{T}(\underline{x}, \underline{n}, t) = p_a - \rho_0\, g\, x_3\, \underline{e}_3$.

Question

Calculer la résultant $\underline{\mathcal{F}}_{\text{extcont}}(\mathcal{D})$ des forces de contact extérieures à $\mathcal{D}$.

Une seule réponse possible

1. $\underline{\mathcal{F}}_{\text{extcont}}(\mathcal{D}) = \underline{0}$
2. $\underline{\mathcal{F}}_{\text{extcont}}(\mathcal{D}) = -\rho_0\, g\, L^3\, \underline{e}_3$
3. $\underline{\mathcal{F}}_{\text{extcont}}(\mathcal{D}) = (p_a - \rho_0\, g\, L^3)\, \underline{e}_3$
4. $\underline{\mathcal{F}}_{\text{extcont}}(\mathcal{D}) = \rho_0\, g\, L^3\, \underline{e}_3$
5. $\underline{\mathcal{F}}_{\text{extcont}}(\mathcal{D}) = \rho_0\, g\, L^2\, \underline{e}_3$

Vibrations élastiques

Énoncé

L'équation de Lamé s'écrit : $\rho_0 \frac{\partial^2 \underline{\xi}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu)\, \underline{\text{grad}}\, (\text{div}\, \underline{\xi}) + \mu\, \Delta \underline{\xi}$. On considère le mouvement décrit par le champ de déplacement $\underline{\xi}(\underline{a}, t) = \xi_m \sin(k\, a_1) \sin(k\, c\, t)\, \underline{e}_2$.

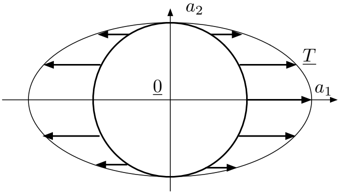
Question

Calculer c pour que $\underline{\xi}(\underline{a}, t)$ soit une solution non nulle des équations de Lamé.

Une seule réponse possible

1. $c = \sqrt{\frac{\lambda + 2\,\mu}{\rho_0}}$
2. $c = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_0}}$
3. $c = 0$

Étirement d'un cylindre



Énoncé

On impose les forces de contact $\underline{T}(\underline{a}, \underline{n}) = (F\, a_1/R)\, \underline{e}_1$ sur la surface $\Sigma_0 = \{\underline{a} \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq a_3 \leq L_3 \text{ et } a_1^2 + a_2^2 = R^2\}$.
On suppose les σ_i constants avec $\underline{\underline{\sigma}} = \sigma_1\, \underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 + \sigma_2\, \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2 + \sigma_3\, \underline{e}_3 \otimes \underline{e}_3$.

Question

Donner l'expression de ces constantes en fonction de F et R.

Une seule réponse possible

1. $\sigma_1 = F\, a_1/R$, $\sigma_2 = 0$ et $\sigma_3 = 0$.
2. $\sigma_1 = F$, $\sigma_2 = 0$ et $\sigma_3 = 0$.
3. $\sigma_1 = F$, $\sigma_2 = -\nu\, F$ et $\sigma_3 = -\nu\, F$.

Accélération

Énoncé

On considère le champ de vitesse $\underline{U}(\underline{x}, t) = (\alpha\, t\, z - \beta\, z^2)\, \underline{e}_z$.

Question

Calculer l'accélaration $\frac{d\underline{U}}{dt}$.

Une seule réponse possible

1. $\frac{d}{dt}\underline{U} = \alpha\, t\, \underline{e}_z$
2. $\frac{d\underline{\underline{U}}}{dt} = \underline{0}$
3. $\frac{d\underline{\underline{U}}}{dt} = \alpha\, t + (\alpha\, t - 2\,\beta\, z)(\alpha\, t\, z - \beta\, z^2)$
4. $\frac{d\underline{\underline{U}}}{dt} = \alpha\, t\, \underline{e}_z$

Taux de variation des volumes

Énoncé

On considère le champ de vitesse $\underline{U} = l\,\omega\,[\sin\varphi(x_3,t)\,\underline{e}_1 - \cos\varphi(x_3,t)\,\underline{e}_2]$ où $\varphi(x_3,t) = k\,x_3 - \omega\,t$.
On suppose que l, ω et k sont des constantes positives.

Question

Calculer le taux de variation des volumes $\frac{1}{\delta\mathcal{V}(t)}\,\frac{d}{dt}\delta\mathcal{V}(t)$.

Une seule réponse possible

1. $\frac{1}{\delta\mathcal{V}(t)}\,\frac{d}{dt}\delta\mathcal{V}(t) = -l\,\omega^2\,(\cos\varphi + \sin\varphi)$
2. $\frac{1}{\delta\mathcal{V}(t)}\,\frac{d}{dt}\delta\mathcal{V}(t) = l\,\omega\,k\,(\cos\varphi + \sin\varphi)$
3. $\frac{1}{\delta\mathcal{V}(t)}\,\frac{d}{dt}\delta\mathcal{V}(t) = 0.$

Dérivation d'une intégrale sur un domaine transporté par le mouvement

Énoncé

On considère un domaine $\mathcal{D}(t)$ transporté par le mouvement de vitesse $\underline{U}(\underline{x}, t)$ et un champ $c(\underline{x}, t)$.
On suppose tous les champs continus et dérivables.

Question

Calculer $\frac{d}{dt} \iiint_{\mathcal{D}(t)} c(\underline{x}, t) \;\; d^3x$.

Une seule réponse possible

1. $\frac{d}{dt} \iiint_{\mathcal{D}(t)} c \;\; d^3x = \iiint_{\mathcal{D}(t)} \left(\frac{dc}{dt} + c \,\mathrm{div}\, \underline{U} \right) \;\; d^3x$
2. $\frac{d}{dt} \iiint_{\mathcal{D}(t)} c \;\; d^3x = \iiint_{\mathcal{D}(t)} \left[\frac{dc}{dt} + \mathrm{div}\, (c\, \underline{U}) \right] \;\; d^3x$
3. $\frac{d}{dt} \iiint_{\mathcal{D}(t)} c \;\; d^3x = \iiint_{\mathcal{D}(t)} \frac{\partial c}{\partial t} \; d^3x + \iint_{\partial\mathcal{D}(t)} c \; \underline{U} \cdot \underline{n} \, dS$

Navier-Stokes incompressible

Énoncé

On considère un fluide newtonien incompressible tel que $\underline{f} = 0$ et $\underline{U} = -\alpha\, z^2\, \underline{e}_x$. On note ρ_0 sa masse volumique ν_n la viscosité cinématique.

Question

Calculer la pression en supposant que $p(\underline{0}) = p_0$.

Une seule réponse possible

1. $p = p_0$
2. $p = p_0 + \rho_0\, \nu_n\, \alpha\, x$
3. $p = p_0 - \rho_0\, \nu_n\, \alpha\, x$
4. $p = p_0 + 2\, \rho_0\, \nu_n\, \alpha\, z$
5. $p = p_0 - 2\, \rho_0\, \nu_n\, \alpha\, z$

Navier-Stokes compressible

Énoncé

Les équations de Navier-Stokes compressibles d'un fluide parfait s'écrivent $\frac{d\rho}{dt} + \rho \, \mathrm{div} \, \underline{U} = 0$, $\rho \, \frac{d\underline{U}}{dt} = -\underline{\mathrm{grad}} \; p + \underline{f}$, $\rho \frac{de}{dt} = -p \, \mathrm{div} \, \underline{U}$. La relation de Gibbs définit l'entropie par la relation $T \, \frac{ds}{dt} = \frac{de}{dt} - (p/\rho^2) \, \frac{d\rho}{dt}$.

Question

Calculer $\frac{ds}{dt}$

Une seule réponse possible

1. $\frac{ds}{dt} = \underline{f} \cdot \underline{U} / T$
2. $\frac{ds}{dt} = -(p/T) \, \mathrm{div} \, \underline{U}$
3. $\frac{ds}{dt} = 0$

Travail des forces intérieures de viscosité

Énoncé

Le tenseur des contraintes visqueuses d'un fluide newtonien est $\underline{\underline{\tau}} = \lambda_n \,\mathrm{tr}\, \underline{\underline{D}}\, \underline{\underline{I}} + 2\,\mu_n\, \underline{\underline{D}}$. On suppose que $\underline{U} = \alpha\, \underline{x}$.

Question

Calculer le travail des forces intérieures de viscosité $-\underline{\underline{\tau}} : \underline{\underline{D}}$.

Une seule réponse possible

1. $-\underline{\underline{\tau}} : \underline{\underline{D}} = -(3\,\lambda_n + 2\,\mu_n)\,\alpha^2$.
2. $-\underline{\underline{\tau}} : \underline{\underline{D}} = (3\,\lambda_n + 2\,\mu_n)\,\alpha^2$.
3. $-\underline{\underline{\tau}} : \underline{\underline{D}} = -(\lambda_n + 2\,\mu_n)\,\alpha^2$.
4. $-\underline{\underline{\tau}} : \underline{\underline{D}} = (\lambda_n + 2\,\mu_n)\,\alpha^2$.
5. $-\underline{\underline{\tau}} : \underline{\underline{D}} = 0$.

Challowen

Énoncé

On considère le mouvement $\underline{X}(\underline{a}, t)$ défini par

$$x_1 = \alpha(t)\, a_1 \ , \ x_2 = a_2 \ , \ \text{et } x_3 = a_3 + 4\, L\, [1 - \alpha(t)]\, \sin^2 (k\, a_1) \ .$$

Question

Calculer la représentation eulérienne $\underline{U}(\underline{x}, t)$ du champ de vitesse.

Une seule réponse possible

1. $\underline{U} = \dot{\alpha}\ x_1\ \underline{e}_1 - 4\ L\ \dot{\alpha}\ \sin^2 (k\, x_1)\ \underline{e}_3$
2. $\underline{U} = (\dot{\alpha}/\alpha)\ x_1\ \underline{e}_1 - 4\ L\ \dot{\alpha}\ \sin^2 (k\, x_1/\alpha)\ \underline{e}_3$
3. $\underline{U} = \dot{\alpha}\ \underline{e}_1 - 8\ L\ \dot{\alpha}\ \cos(k\, x_1)\ \sin(k\, x_1)\ \underline{e}_3$

Écoulement de Couette

Énoncé

On considère le champ de vitesse $\underline{U} = U_0\, z/L\, \underline{e}_x$ solution des équations de Navier-Stokes entre deux plaques située en $z = \pm L$.

Question

Calculer la densité volumique des efforts intérieurs π_{int}.

Une seule réponse possible

1. $\pi_{\text{int}} = -\rho_0\, \nu_n\, U_0^2 / L^2$
2. $\pi_{\text{int}} = \rho_0\, \nu_n\, U_0^2 / L^2$
3. $\pi_{\text{int}} = 0$
4. $\pi_{\text{int}} = (\rho_0\, \nu_n\, U_0 / L)^2$

Tourbillon dans un boite

Énoncé

On considère le champ de vitesse $U_1 = -\beta x_1$, $U_2 = 0$ et $U_3 = \beta x_3$ où β est une constante positive.

Question

Calculer la représentation eulérienne $\frac{d\underline{U}}{dt}(\underline{x}, t)$ du champ d'accélération.

Une seule réponse possible

1. $\frac{d\underline{U}}{dt} = \beta^2 (x_1\ \underline{e}_1 + x_3\ \underline{e}_3)$
2. $\frac{d\underline{U}}{dt} = \beta^2 (x_3\ \underline{e}_1 - x_1\ \underline{e}_3)$
3. $\frac{d\underline{U}}{dt} = \underline{0}$
4. $\frac{d\underline{U}}{dt} = \beta\ \underline{e}_2$

Rotation d'axe verticale

Énoncé

On considère le champ de vitesse en coordonnées cylindriques $\underline{U}(r, \theta, z) = \omega\, r\, \underline{e}_\theta$ où ω est une constante.

Question

Calculer l'accélération $\frac{d\underline{U}}{dt}$.

Une seule réponse possible

1. $\frac{d\underline{U}}{dt} = \omega^2\, \underline{e}_\theta$
2. $\frac{d\underline{U}}{dt} = -\omega^2\, \underline{e}_r$
3. $\frac{d\underline{U}}{dt} = -\omega^2\, r\, \underline{e}_r$
4. $\frac{d\underline{U}}{dt} = \underline{0}$

Utilisation des boitiers cliqueurs

Vous avez utilisé des boitiers cliqueurs.

Question

Comment évaluez-vous ce processus pédagogique ?

Une seule réponse possible

1. Mauvais
2. Très insatisfaisant
3. Instatisfaisant
4. Satisfaisant
5. Bon
6. Excellent
7. Sans avis

Évaluation de l'enseignement de MMC

L'INP va mettre en place une procédure d'évaluation des enseignements en demandant de noter de 1 à 6 une matière.

Question

Quelle note allez-vous attribuer à l'enseignement de MMC ?

Une seule réponse possible

1. Mauvais
2. Très insatisfaisant
3. Instatisfaisant
4. Satisfaisant
5. Bon
6. Excellent
7. Sans avis